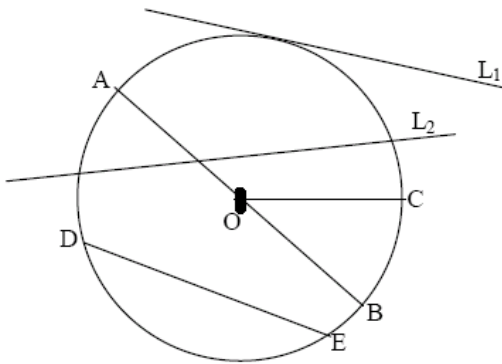


# Guía Matemática 3° Medio

Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

## Tema: Relaciones Angulares en la Circunferencia

### I. ELEMENTOS DE UNA CIRCUNFERENCIA:

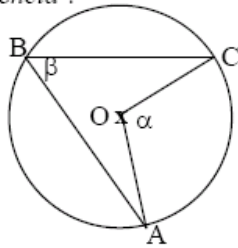


- O = centro de la circunferencia
- $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$  = radio de la circunferencia
- $\overline{AB}$  = diámetro de la circunferencia
- $L_1$  = recta tangente a la circunferencia
- $L_2$  = recta secante a la circunferencia
- $\overline{DE}$  = cuerda de la circunferencia

Con estos elementos, en la circunferencia, se pueden trazar ángulos que son muy importantes en su aplicación. Estos tienen una relación con los arcos que forman:

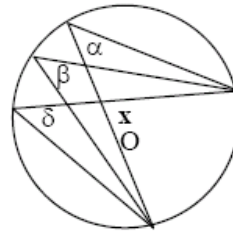
<p>a) <i>Angulo formado por dos radios.</i></p> <p style="text-align: center;">Relación entre el ángulo y el arco :</p> $\alpha = \widehat{AB}$	<p>b) <i>Angulo formado por dos cuerdas</i></p> <p style="text-align: center;">Relación entre el ángulo y el arco :</p> $\beta = \frac{\widehat{BC}}{2}$
---	--

c) Los dos ángulos anteriores en una misma circunferencia :



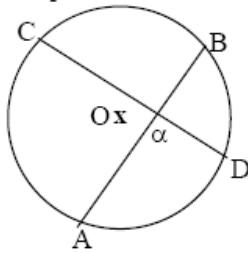
Relación entre los ángulos:  $\alpha = 2\beta$

e) Varios ángulos inscritos formando el mismo arco



Relación entre los ángulos:  $\alpha = \beta = \delta$

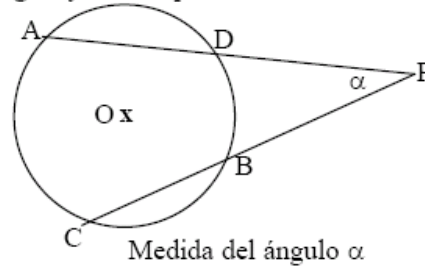
d) Angulo formado por dos cuerdas



Medida del ángulo  $\alpha$

$$\alpha = \frac{\widehat{BC} + \widehat{AD}}{2}$$

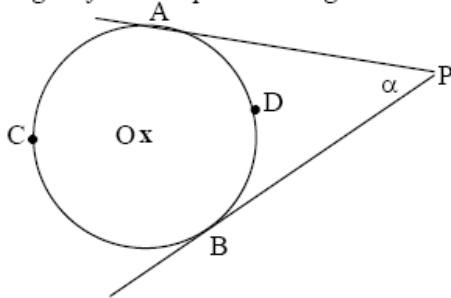
f) Angulo formado por dos secantes



Medida del ángulo  $\alpha$

$$\alpha = \frac{\widehat{AC} - \widehat{BD}}{2}$$

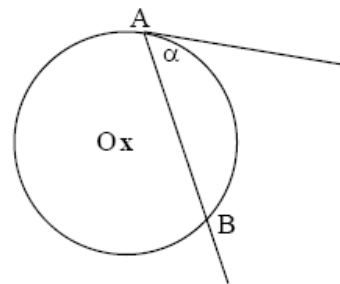
g) Angulo formado por dos tangentes



Medida del ángulo  $\alpha$  :

$$\alpha = \frac{\widehat{ACB} - \widehat{ADB}}{2}$$

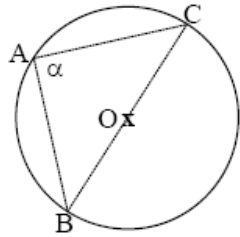
h) Angulo formado por una cuerda y una tangente



Medida del ángulo  $\alpha$  :

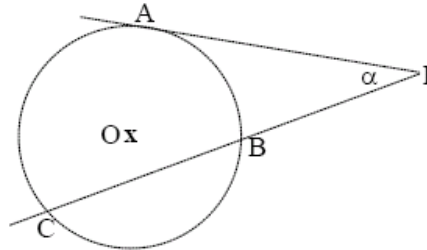
$$\alpha = \frac{\widehat{AB}}{2}$$

i) *Ángulos que forma una semicircunferencia*  
:



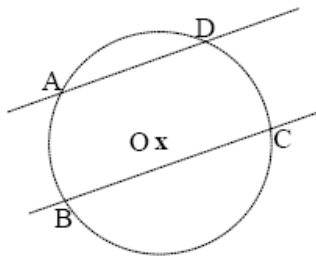
Medida del ángulo  $\alpha$  :  
 $\alpha = 90^\circ$

j) *Ángulo formado por una secante y una tangente*  
:



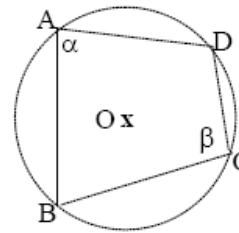
Medida del ángulo  $\alpha$  :  
 $\alpha = \frac{\widehat{AC} - \widehat{AB}}{2}$

k) *Arcos formados por rectas paralelas que cortan a una circunferencia*



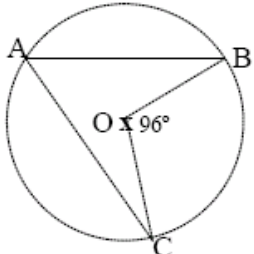
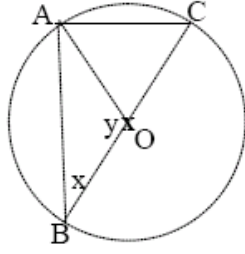
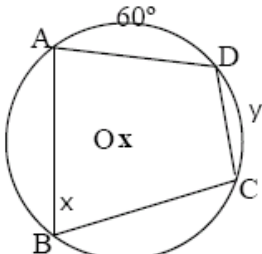
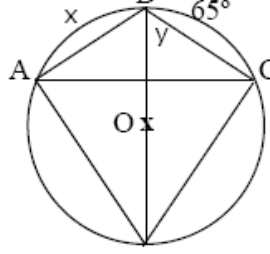
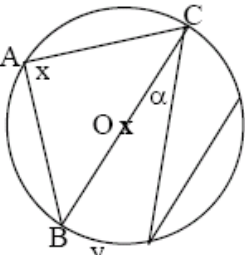
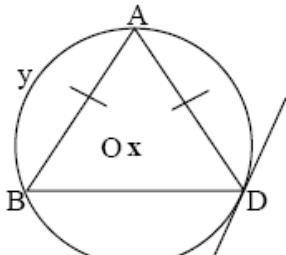
Relación entre arcos  
 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$

l) *Ángulos opuestos de un cuadrilátero inscrito* :

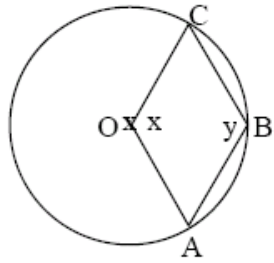


Relación entre ángulos :  
 $\alpha + \beta = 180^\circ$

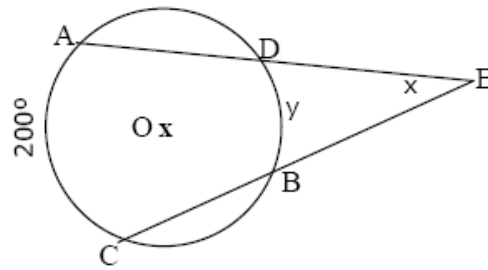
**I. Ejercicios de Desarrollo:**

<p>1. Hallar <math>\angle BAC</math></p> 	<p>2. <math>\angle y = 112^\circ</math> <math>\angle x =</math></p> 
<p>3. <math>\angle x = 75^\circ</math> <math>y =</math></p> 	<p>4. <math>x =</math> <math>y =</math></p>  <p>Nota: El radio es Perpendicular a cualquier cuerda</p>
<p>5. <math>\alpha = 72^\circ</math> <math>x =</math> <math>y =</math></p> 	<p>6. <math>y = 140^\circ</math> <math>\angle BDC =</math></p> 

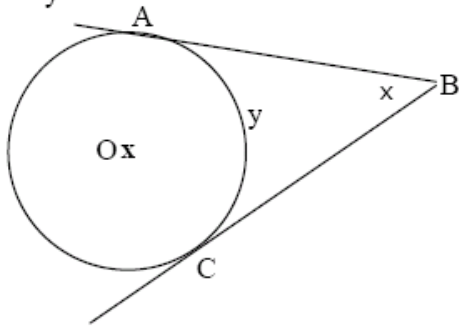
7.  $\angle y = 115^\circ$   
 $\angle x =$



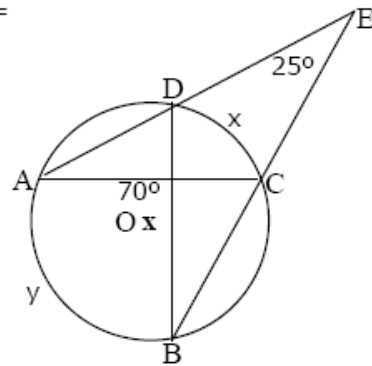
8.  $\angle x = 40^\circ$   
 $\angle y =$



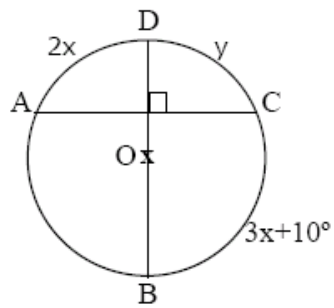
9.  $\angle x = 61^\circ$   
 $y =$



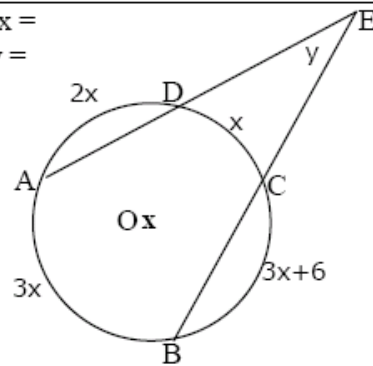
10.  $x =$   
 $y =$



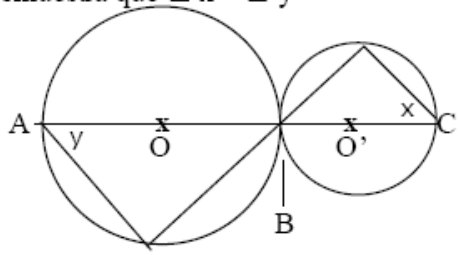
11.  $x =$   
 $y =$



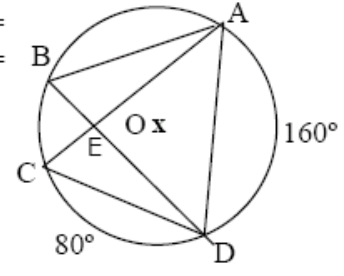
12.  $x =$   
 $y =$



13. Dado: AB diámetro del círculo O, BC es un diámetro del círculo O', círculo O es tangente al círculo O' en B.  
Demuestra que  $\angle x = \angle y$



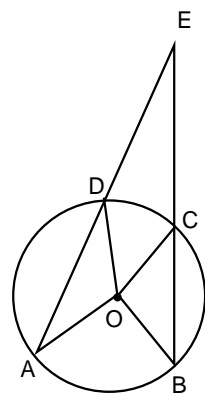
14. AC bisectriz  $\angle BAD$   
 $\angle BAC =$   
 $\angle AEB =$   
 $\angle BDC =$   
 $\angle ADB =$



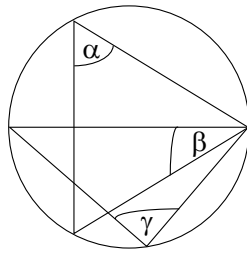
**II. Ejercicios de Selección Múltiple:**

1. En la figura siguiente se tiene que:  
 $\angle ADO = 40^\circ$ ,  $\angle OCB = 50^\circ$ ,  $\angle AOB = 110^\circ$   
 O: centro de la circunferencia, entonces:  $\angle DEC = ?$

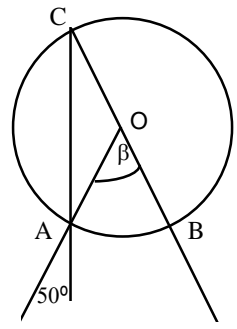
- A)  $20^\circ$
- B)  $50^\circ$
- C)  $70^\circ$
- D)  $90^\circ$
- E)  $110^\circ$



2.  $\alpha + \beta + \gamma = ?$   
 A)  $360^\circ$   
 B)  $270^\circ$   
 C)  $180^\circ$   
 D)  $90^\circ$   
 E) Ninguna de las Anteriores

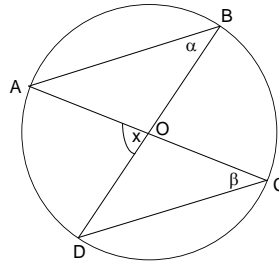


3. En la figura, O centro de la circunferencia. Luego, el ángulo  $\beta$  mide:  
 A)  $60^\circ$   
 B)  $80^\circ$   
 C)  $100^\circ$   
 D) Falta información  
 E) Ninguna de las anteriores



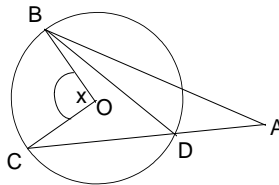
4. ¿Cuál es el valor del ángulo  $x$ , si  $O$  es el centro de la circunferencia?

- A)  $\alpha - \beta$
- B)  $\beta - \alpha$
- C)  $180 - \alpha$
- D)  $\alpha + \beta$
- E) Ninguna de las anteriores



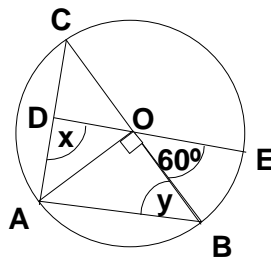
5. Si  $\angle BAC = 40^\circ$  y  $\angle ABD = 15^\circ$ ; entonces ¿cuánto mide  $\angle x$ ?

- A)  $60^\circ$
- B)  $110$
- C)  $140^\circ$
- D) Ninguna de las anteriores



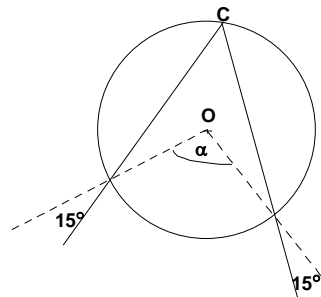
6. En la figura, circunferencia de centro  $O$ , entonces  $x - y =$

- A)  $105^\circ$
- B)  $90^\circ$
- C)  $60^\circ$
- D)  $45^\circ$
- E)  $30^\circ$



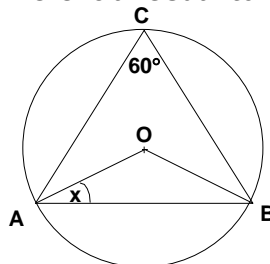
7. ¿Cuánto mide el ángulo  $\alpha$ ?

- A)  $30^\circ$
- B)  $60^\circ$
- C)  $70^\circ$
- D)  $40^\circ$
- E) Ninguna de las Anteriores.



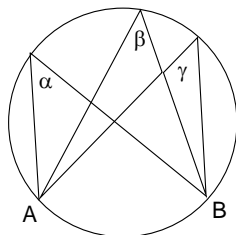
8. En la figura,  $O$  centro de la circunferencia. ¿Cuánto mide  $\angle x$ ?

- A)  $15^\circ$
- B)  $20^\circ$
- C)  $25^\circ$
- D)  $30^\circ$
- E)  $35^\circ$

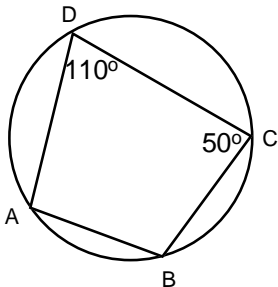


9. En la figura, Arco(AB) = 70°. Entonces,  $2\alpha + \beta - \gamma = ?$

- A) 35°
- B) 70°
- C) 105°
- D) Ninguna de las anteriores
- E) Falta información



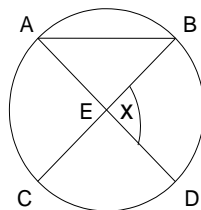
10. En la circunferencia, determine Arco(BD) y Arco(CA), respectivamente



- A) 25° y 55°
- B) 65° y 35°
- C) 110° y 70°
- D) 130° y 70°
- E) 260° y 140°

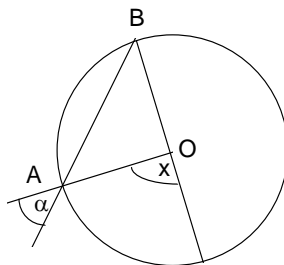
11.  $\overline{AD}$  y  $\overline{BC}$  son diámetros de la circunferencia. Si  $\angle DAB = 40^\circ$ ,  $\angle x = ?$

- A) 40°
- B) 80°
- C) 100°
- D) 120°
- E) 140°



12. En la figura, O es el centro de la circunferencia;  $x = ?$

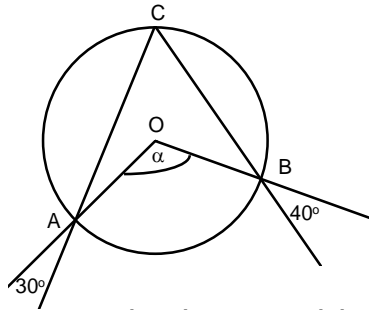
- A)  $3\alpha$
- B)  $2\alpha$
- C)  $4\alpha$
- D)  $5\alpha$
- E) Ninguna de las Anteriores.





13. En la figura, O centro de la circunferencia. ¿Cuál es la medida del ángulo  $\alpha$ ?

- A)  $70^\circ$
- B)  $110^\circ$
- C)  $120^\circ$
- D)  $140^\circ$
- E) Ninguna de las anteriores

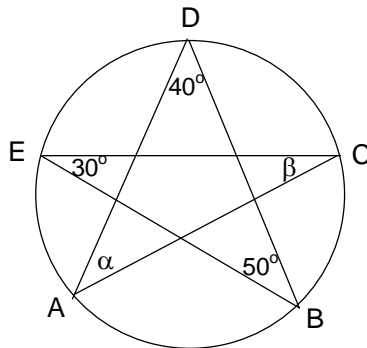


14. ¿Cuál(es) de las siguientes aseveraciones es(son) correcta(s)?

- I. En todo cuadrilátero circunscrito a una circunferencia, los ángulos opuestos son suplementarios.
  - II. En todo cuadrilátero circunscrito a una circunferencia, la suma de los lados opuestos son iguales.
  - III. En todo cuadrilátero inscrito a una circunferencia, los ángulos opuestos son complementarios.
- A) Todas
  - B) Ninguna
  - C) Sólo II
  - D) Sólo III
  - E) Sólo I

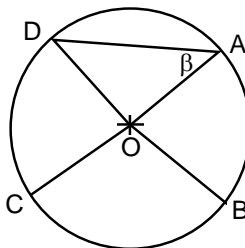
15. Si  $\alpha$  es el doble de  $\beta$ , entonces sus medidas son respectivamente:

- A)  $80^\circ$  y  $40^\circ$
- B)  $60^\circ$  y  $30^\circ$
- C)  $40^\circ$  y  $20^\circ$
- D)  $20^\circ$  y  $10^\circ$
- E) Otros ángulos



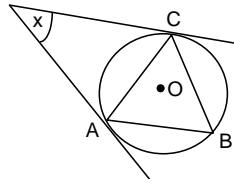
16. O: centro de la circunferencia, arco  $\widehat{BA} = 65^\circ$  arco  $\widehat{DB} = 3 \widehat{BA}$  ¿ $\beta$ ?

- A) No se puede determinar
- B)  $32,5^\circ$
- C)  $20^\circ$
- D)  $45^\circ$
- E)  $40^\circ$



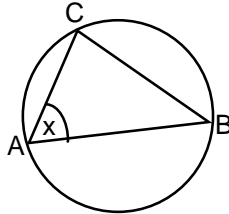
17. En la figura el  $\triangle ABC$  es equilátero ¿Cuánto mide el  $\angle x$ ? Si O es el centro de la circunferencia

- A)  $100^\circ$
- B)  $30^\circ$
- C)  $120^\circ$
- D)  $60^\circ$
- E) Falta Información



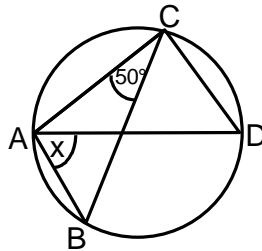
18.  $\widehat{CA} = 50^\circ$ ,  $\triangle ABC$  isósceles en B, entonces x mide:

- A)  $25^\circ$
- B)  $50^\circ$
- C)  $65^\circ$
- D)  $77,5^\circ$
- E)  $78,5^\circ$

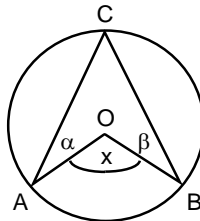


19.  $\overline{AD}$  : diámetro de la circunferencia entonces, la medida de x es igual a:

- A)  $30^\circ$
- B)  $40^\circ$
- C)  $45^\circ$
- D)  $50^\circ$
- E)  $60^\circ$



20. En la figura,  $\alpha = 40^\circ$  y  $\beta = \frac{1}{2}\alpha$ , O: centro  $\otimes$ . ¿Cuánto mide x?



- A)  $120^\circ$
- B)  $160^\circ$
- C)  $100^\circ$
- D)  $60^\circ$
- E) Ninguna de las Anteriores.

Respuestas: 1. A 2. C 3. C 4. D 5. C 6. C 7. B 8. D 9. B 10. E  
11. B 12. B 13. D 14. C 15. C 16. E 17. D 18. D 19. B 20. A