DISTRIBUCION BINOMIAL
3° Medio

$$\mu = X_1 \cdot p_1 + X_2 \cdot p_2 + \cdots + X_i \cdot p_i = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p_i$$

Varianza

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot p_i - \mu^2$$

Desviación típica

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot p_i - \mu^2}$$

$0 \leq p_i \leq 1$

$p_1 + p_2 + p_3 + \cdot \cdot \cdot + p_n = \Sigma p_i = 1$

Distribución binomial

$$p(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot q^{n-k}$$

n es el número de pruebas.
k es el número de éxitos.
p es la probabilidad de éxito.
q es la probabilidad de fracaso.

El número combinatorio $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Media

$$\mu = n \cdot p$$

Varianza

$$\sigma^2 = n \cdot p \cdot q$$

Desviación típica

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q}$$

Ejercicios

La última novela de un autor ha tenido un gran éxito, hasta el punto de que el 80% de los lectores ya la han leido. Un grupo de 4 amigos son aficionados a la lectura:

1. ¿Cuál es la probabilidad de que en el grupo hayan leido la novela 2 personas?

B(4, 0.8) p = 0.8 q = 0.2

$$p(X = 2) = \binom{4}{2} 0.8^2 \cdot 0.2^2 = \frac{4 \cdot 3}{2} \cdot 0.64 \cdot 0.04 = 0.1536$$

2.¿Y cómo máximo 2?

$$p(X \leq 2) = p(X=0) + p(X=1) + p(X=2) =$$

$$= \binom{4}{0} 0.8^0 \cdot 0.2^4 + \binom{4}{1} 0.8^1 \cdot 0.2^3 + \binom{4}{2} 0.8^2 \cdot 0.2^2 = 0.1808$$

Un agente de seguros vende pólizas a cinco personas de la misma edad y que disfrutan de buena salud. Según las tablas actuales, la probabilidad de que una persona en estas condiciones viva 30 años o más es 2/3. Hállese la probabilidad de que, transcurridos 30 años, vivan:

1. Las cinco personas.

B(5, 2/3) p = 2/3 q = 1/3

$$p(X=5) = \binom{5}{5}\left(\frac{2}{3}\right)^5 = 0.132$$

2. Al menos tres personas.

$$p(X \geq 3) = p(X=3) + p(X=4) + p(X=5) =$$

$$= \binom{5}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \binom{5}{4}\left(\frac{2}{3}\right)^4 \left(\frac{1}{3}\right) + \binom{5}{5}\left(\frac{2}{3}\right)^5 = 0.791$$

3. Exactamente dos personas.

$$p(X=2) = \binom{5}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 0.164$$

Si de seis a siete de la tarde se admite que un número de teléfono de cada cinco está comunicando, ¿cuál es la probabilidad de que, cuando se marquen 10 números de teléfono elegidos al azar, sólo comuniquen dos?

B(10, 1/5)p = 1/5q = 4/5

$$p(X=2) = \binom{10}{2}\left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^8 = 0.3020$$

La probabilidad de que un hombre acierte en el blanco es 1/4. Si dispara 10 veces ¿cuál es la probabilidad de que acierte exactamente en tres ocasiones? ¿Cuál es la probabilidad de que acierte por lo menos en una ocasión?

B(10, 1/4) p = 1/4q = 3/4

$$p(X=3) = \binom{10}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^7 = 0.25$$

$$p(\text{al menos uno}) = 1 - \binom{10}{0}\left(\frac{1}{4}\right)^0 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{10} = 0.9437$$

En unas pruebas de alcoholemia se ha observado que el 5% de los conductores controlados dan positivo en la prueba y que el 10% de los conductores controlados no llevan aprovechado el cinturón de seguridad. También se ha observado que las dos infracciones son independientes.
Un guardia de tráfico para cinco conductores al azar. Si tenemos en cuenta que el número de conductores es suficientemente importante como para estimar que la proporción de infractores no varía al hacer la selección.

1. Determinar la probabilidad a de que exactamente tres conductores hayan cometido alguna de las dos infracciones.

$$p(A \cup B) = 0.05 + 0.1 - 0.05 \cdot 0.1 = 0.145$$

$$B(5, 0.145) \qquad p = 0.145 \qquad q = 0.855$$

$$p(X = 3) = \binom{5}{3} 0.145^3 \cdot 0.855^2 = 0.0223$$

2. Determine la probabilidad de que al menos uno de los conductores controlados haya cometido alguna de las dos infracciones.

$$p(\text{al menos uno}) = 1 - \binom{5}{0} 0.855^5 = 0.543$$

La probabilidad de que un artículo producido por una fabrica sea defectuoso es p = 0.02. Se envió un cargamento de 10.000 artículos a unos almacenes. Hallar el número esperado de artículos defectuosos, la varianza y la desviación típica.

$$\mu = 10.000 \cdot 0.02 = 200$$

$$\sigma^2 = 10.000 \cdot 0.02 \cdot 0.98 = 196$$

$$\sigma = \sqrt{196} = 14$$

En una urna hay 30 bolas, 10 rojas y el resto blancas. Se elige una bola al azar y se anota si es roja; el proceso se repite, devolviendo la bola, 10 veces. Calcular la media y la desviación típica.
B(10, 1/3) p = 1/3q = 2/3

$$\mu = 10 \cdot \frac{1}{3} = 3.33$$

$$\sigma = \sqrt{10 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}} = 1.49$$

Un laboratorio afirma que una droga causa de efectos secundarios en una proporción de 3 de cada 100 pacientes. Para contrastar esta afirmación, otro laboratorio elige al azar a 5 pacientes a los que aplica la droga. ¿Cuál es la probabilidad de los siguientes sucesos?

1. Ningún paciente tenga efectos secundarios.

B(100, 0.03) p = 0.03 q = 0.97

$$p(X = 0) = \binom{5}{0} 0.97^5 = 0.8587$$

2. Al menos dos tengan efectos secundarios.

$$p(X \geq 2) = 1 - p(X < 2) = 1 - [p(X = 0) + p(X = 1)] =$$

$$= 1 - \left[\binom{5}{0} 0.97^5 + \binom{5}{1} 0.03 \cdot 0.97^4 \right] = 0.00847$$

3. ¿Cuál es el número medio de pacientes que espera laboratorio que sufran efectos secundarios si elige 100 pacientes al azar?

$$\mu = 100 \cdot 0.03 = 3$$